

# 弾性変形を考慮した浮体の運動方程式における遅延関数の効果について

The effects of memory effect function of equation of motion in floating body with elastic deformation

眞鍋尚<sup>1)</sup> 坂本大樹<sup>2)</sup> 室井謙吾<sup>3)</sup>

Takashi MANABE, Daiki SAKAMOTO and Kengo MUROI

<sup>1)</sup>博(工)みずほリサーチ & テクノロジーズ株式会社 サイエンスソリューション部 次長  
(〒 101-8443 東京都千代田区神田錦町 2-3, E-mail: takashi.manabe@mizuho-rt.co.jp)

<sup>2)</sup>修(工)みずほリサーチ & テクノロジーズ株式会社 サイエンスソリューション部 主任コンサルタント  
(〒 101-8443 東京都千代田区神田錦町 2-3, E-mail: daiki.sakamoto@mizuho-rt.co.jp)

<sup>3)</sup>修(工)みずほリサーチ & テクノロジーズ株式会社 サイエンスソリューション部 コンサルタント  
(〒 101-8443 東京都千代田区神田錦町 2-3, E-mail: kengo.muroi@mizuho-rt.co.jp)

Hydrodynamic forces in floating body motion problems are described with the linear potential theory. Recently, nonlinear direct simulations in the timedomain using memory effect function are becoming common. In this paper, emphasis is placed on the relation memory effect function of motion of equations and the added mass damping coefficient in the direct simulation of semi-submersible type floating offshore with elastic deformation. Moreover the calculation process of memory effect function are discussed from our numerical results are shown.

**Key Words :** Floating body, Equation of motion, Elastic deformation, Memory effect function, Time simulation

## 1. はじめに

本論では近年、再生エネルギーの一環として注目を浴びている浮体式洋上風力発電の動揺解析に関する検討を行う。浮体の動揺解析を行う場合浮体が水中で振動するため、固有周期が長くなること(付加質量力)、また浮体が運動することで周りの水面に散乱波を発生させる力(造波減衰力)が生じていることを考慮する必要がある。付加質量力、造波減衰力はラディエーション流体力と呼ばれ、付加質量力は浮体加速度、造波減衰力は速度にそれぞれ比例する力であるため付加質量係数および造波減衰係数を用いて運動方程式は構成される。付加質量係数および造波減衰係数を求める際、流場を非粘性、非回転の仮定より完全流体とし3次元 Laplace 方程式と浮体表面の条件、水面の自由表面条件、水底条件また波の放射条件のもと、浮体まわりのポテンシャルを求める。得られたポテンシャルより付加質量力、造波減衰力および波力を計算する。浮体の運動は1質点系運動方程式で表現され、遅延関数型運動方程式は時間領域における運動方程式であり、浮体が動揺することによる流場の周波数無限大に対応する不变付加質量を用い、過去の影響を遅延関数を用いて取り入れていることに特徴がある<sup>[1,2]</sup>。一方、浮体式洋上風力発電で用いられるセミサブ形状のような浮体では弾性変形を考慮する必要があり<sup>[3~5]</sup>、これを運動方程式に組み込む必要がある。本論では弾性変形を考慮した運動方程式において弾性変形部材の流体力の効果について検討する。

## 2. 浮体の支配方程式

本論では図1に示すような3次元任意形状浮体が不規則な波が作用することによってどのような運動が生じるか考える。いま、波高 $\xi_0$ 、周波数 $\omega$ の規則波が作用する場合、水深 $h$ は一定、また流体は非回転、非粘性の完全流体とすると、動揺する浮体周辺の速度ポテンシャル $\Phi$ は以下のように表わされる。

$$\Phi(x, y, z; t) = \left[ \frac{g\xi_0}{\omega} \{ \phi_0(x, y, z) + \phi_d(x, y, z) \} + \sum_{k=1}^6 \frac{gX}{\omega} \phi_i^r(x, y, z) \right] \exp^{-i\omega t} \quad (1)$$

なお、下添字 $k$ は方向を表わすこととし、その方向は図1に示す通りである。ただし、回転は軸方向右回りを正とする。ここに、 $g$ は重力加速度、 $t$ は時間、 $i$ は虚数単位( $= \sqrt{-1}$ )である。また、 $\phi_d$ は浮体が存在することによって生じる散乱波(Diffraction wave)を示す無次元化されたディフラクションポテンシャル(Diffraction potential)関数、 $\phi_i^r$ ( $i = 1, 2, \dots, 6$ )は浮体の $i$ モードの動揺によって生じる発散波(Radiation wave)を示す無次元化されたラディエーションポテンシャル(Radiation potential)関数である。さらに、 $\phi_0$ は浮体に作用する入射波を表わす無次元化されたポテンシャル関数であり、入射ポテンシャルは次式のように表わされる。

$$\phi_0(x, y, z) = -i \frac{g\eta}{\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \{ e^{-ik(x\cos\beta+y\sin\beta)} \} \quad (2)$$

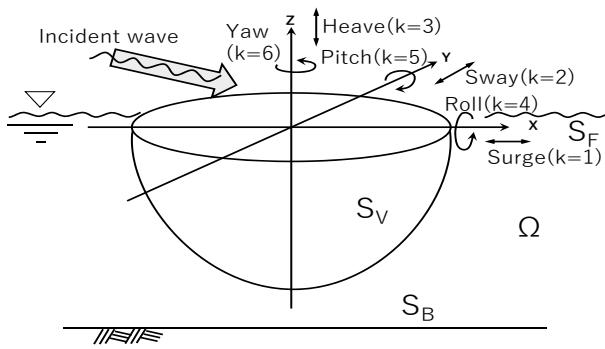


図-1 浮体の動揺

ここで $\beta$ は波の入射角,  $k_0$ は波数で次の分散関係式の固有値である。

$$\omega^2 = gk_0 \tanh k_0 h \quad (3)$$

ポテンシャルの線形性を考慮すると, 速度ポテンシャルに関する基礎方程式と境界条件はディフラクションポテンシャル関数 $\phi_d$ と, 浮体の動揺を1モードとおいたときの浮体の動揺によるラディエーションポテンシャル関数 $\phi_i$ それぞれについて成り立つ。したがって, ディフラクションポテンシャル, ラディエーションポテンシャルについてそれぞれ流体領域 $\Omega$ における基礎方程式と, 自由表面 $S_F$ , 水底 $S_B$ , 浮体表面 $S_v$ , 原点からの水平距離を $R$ としたときの無限遠方( $R \rightarrow \infty$ ), での各境界条件が以下のように得られる。

### ディフラクション problem

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial z^2} &= 0 \quad (\text{in } \Omega) \\ \frac{\partial \phi_d}{\partial z} - \frac{\phi_d \omega^2}{g} &= 0 \quad (\text{on } S_F) \\ \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial z^2} &= 0 \quad (\text{on } S_B) \\ \frac{\partial \phi_d}{\partial n} &= v_7 \quad (\text{on } S_v) \\ \lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left\{ \frac{\partial \phi_d}{\partial R} - ik_0 \phi_d \right\} &= 0 \quad (\text{when } R \rightarrow \infty) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

### ラディエーション problem

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_i^r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i^r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_i^r}{\partial z^2} &= 0 \quad (\text{in } \Omega) \\ \frac{\partial \phi_i^r}{\partial z} - \frac{\phi_i^r \omega^2}{g} &= 0 \quad (\text{on } S_F) \\ \frac{\partial \phi_i^r}{\partial z} &= 0 \quad (\text{on } S_B) \\ \frac{\partial \phi_i^r}{\partial n_j} &= v_j \quad (\text{on } S_v) \quad (j = 1 \sim 6) \\ \lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left\{ \frac{\partial \phi_i^r}{\partial R} - ik_0 \phi_i^r \right\} &= 0 \quad (\text{when } R \rightarrow \infty) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに,  $n_j$ は浮体の $j$ 方向に対する単位法線ベクトルである。さらに浮体表面の条件として与えられる複素流速 $v_j$ ( $j = 1, 2, \dots, 6$ )次式より計算される。

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= -i\omega X_1 n_x \\ v_2 &= -i\omega X_2 n_y \\ v_3 &= -i\omega X_3 n_z \\ v_4 &= -i\omega X_4 [(y - y_G) n_z - (z - z_G) n_y] \\ v_5 &= -i\omega X_5 [(z - z_G) n_x - (x - x_G) n_z] \\ v_6 &= -i\omega X_6 [(x - x_G) n_y - (y - y_G) n_x] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

また, ディフラクション problem における $v_7$ は入射ポテンシャルの法線方向微分として以下のように与えられる。

$$v_7 = \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \quad (7)$$

式(5),(4)をそれぞれ特異点分布法を用いて数値的に解く。その際、用いるGreen関数はLaplace方程式、自由表面の条件、水底の条件、放射条件を満足するように決定される。Q点( $\eta, \xi$ )に単位強さのわき出しがあるときP点( $x, y, z$ )に誘起されるポテンシャルはGreen関数 $G(P, Q)$ を用いて表わされる。 $G(P, Q)$ はP, Qの座標の他に水深 $h$ 、波数 $k$ 、波周波数 $\omega$ に依存する関数となる。この場合のGreen関数は、P, Qの距離によって2種類のGreen関数を使い分ける。すなわち、積分形のGreen関数と級数形のGreen関数を用いる。級数形のGreen関数は収束が速いが、PがQに一致する場合には発散する可能性があるため積分形のGreen関数を用いる。それぞれ次のように与えられる。

#### ・級数形Green関数

$$\begin{aligned} G(P, Q) &= \frac{2\pi(v^2 - h^2)}{k^2 h - v^2 h + v} \cosh[k(\zeta + h)] \cosh[k(z + h)] \cdot \\ &[Y_0(kR) - iJ_0(kR)] \\ &+ 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k_n^2 + v^2)}{k_n^2 h + v^2 h - v} \cos[k_n(z + h)] \cos[k_n(\zeta + h)] \cdot K_0(k_n R) \end{aligned} \quad (8)$$

#### ・積分形Green関数

$$\begin{aligned} G(P, Q) &= \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \\ &+ 2P.V. \int_0^{\infty} \frac{(\mu + v) e^{-\mu k} \cosh[\mu(\zeta + h)] \cosh[\mu(z + h)]}{(\mu \sinh \mu k - v \cosh \mu k)} \\ &\times J_0(\mu R) d\mu \\ &+ 2\pi \frac{(k^2 - v^2) \cosh[k(\zeta + k)] \cosh[k(z + h)]}{(k^2 h - v^2 h + v)} J_0(kR) d\mu \end{aligned} \quad (9)$$

次に流体中に存在する構造物には、波の作用による波圧、波力と構造物が動揺した時に流体から受ける動水圧が働く。波力は波圧を構造物表面で積分することにより求めることができる。波圧は構造物が動かない仮定のもとで入射波の散乱波すなわちディフラクションポテンシャルと既知である入射波のポテンシャルの和から求められる。動水圧は運動方程式を解く都合上、付加質量と減衰係数として用いることが多い。付加質量力は構造物が水中で運動する場合、周りの流体も伴って運動することになり、あたかも質量が付加された現象を表現している。また、構造物は水面近傍で運動し、

水面に擾乱を与える、外面に発散していく波を発生させる。このような力を造波減衰力という。この流体力は付加質量力と造波減衰力はラディエーション流体力と呼ばれ、波周波数に依存しており、付加質量力は加速度、造波減衰力は速度にそれぞれ比例する。ラディエーション流体力  $F^R$  はラディエーションポテンシャルを用いて次式のように物体表面で積分とすると求められる。

$$\left. \begin{aligned} F_{ij}^R &= Re \left[ \omega^2 \rho \int_S X_j^0 \phi_j^r n_i ds \exp^{-i\omega t} \right] \\ &= -\rho \int \left\{ Re(\phi_j^r) \ddot{X}_0 + \omega Im(\phi_j^r) X_0 \right\} n_i ds \\ &= -\rho \int \left[ \left\{ Re(\phi_j^r) n_i \right\} \ddot{X}_0 + \omega \left\{ Im(\phi_j^r) n_i \dot{X}_0 \right\} \right] ds \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで、 $X_j^0$ ：構造物の  $j$  モードの動搖振幅(実数)である。上式を付加質量係数  $M_{ij}$  および造波減衰係数  $N_{ij}$  を用いて表すと次のようになる。

$$F_{ij}^R = -M_{ij} \ddot{X} - N_{ij} \dot{X} \quad (11)$$

したがって、付加質量係数  $M_{ij}$ 、造波減衰係数  $N_{ij}$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= \rho \int Re(\phi_j^r) n_i ds \\ &= \rho \sum_{k=1}^m \int_{s_k} Re(\phi_j^r) n_i ds \\ N_{ij} &= \rho \omega \int Im(\phi_j^r) n_i ds \\ &= \rho \sum_{k=1}^m \int_{s_k} Im(\phi_j^r) n_i ds \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

### 3. 1質点系の運動方程式の解法

これまでに示してきた浮体に作用する付加質量係数、造波減衰係数および不規則波力を用いて運動方程式を構築する。付加質量、造波減衰力および波力は浮体の重心点において求めているため重心点における運動方程式を構成する。浮体を1質点系の3次元運動とした場合の時間領域における運動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{m} + \mathbf{M}(\infty)) \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C} + \mathbf{G}) \mathbf{x} \\ + \int_{-\infty}^t \mathbf{L}(t - \tau) \dot{\mathbf{x}}(\tau) d\tau = \mathbf{F}(t) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここで  $\mathbf{x}$  は浮体の変位、 $\mathbf{m}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  は浮体の一般化質量、復原力、粘性減衰 Matrix、 $\mathbf{G}$  は係留系の剛性 Matrix をそれぞれ表す。また、 $\mathbf{M}(\infty), \mathbf{L}(t)$  は浮体の不变付加質量および遅延関数であり、それぞれ次式で与えられる。

$$\mathbf{L}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \mathbf{N}(\sigma) \cos \sigma t d\sigma \quad (14)$$

$$\mathbf{M}(\infty) = \mathbf{M}(\sigma_0) + \frac{1}{\sigma_0} \int_0^\infty \mathbf{L}(t) \sin \sigma_0 t dt \quad (15)$$

ここで、 $\mathbf{M}(\sigma), \mathbf{N}(\sigma)$  はそれぞれ波周波数  $\sigma$  における付加質量と造波減衰係数である。式(13)では浮体の運動が不規則であるため波周波数に依存しない不变付加質量

$\mathbf{M}(\infty)$  と遅延関数  $\mathbf{L}(t)$  による減衰を評価している時間領域における運動方程式である。遅延関数  $\mathbf{L}(t)$  は久保ら<sup>[6]</sup>に従い、高周波数領域において造波減衰係数を周波数の近似を導入し、低周波数側は数値積分、高周波数側は解析的積分を用いて求める。不变付加質量は遅延関数が周期的に収束する関数である性質を考慮し、式(15)の積分範囲は0から遅延関数有効時間  $t_e$  範囲までの時間積分として求める。さらに、式(13)における右辺第3項に関しても遅延関数の周期性を考慮して次式のように時間積分範囲を  $0 \sim t_e$  とした。

$$\int_{-\infty}^t \mathbf{L}(t - \tau) \dot{\mathbf{x}}(\tau) d\tau = \int_0^{t_e} \mathbf{L}(t - \tau) \dot{\mathbf{x}}(\tau) d\tau \quad (16)$$

式(16)における  $t$  は現在求めようとしている時刻  $t$  を表し、この畳み込み積分は現在より過去に時刻  $t_e$  過って積分し、減衰項として表している。したがって、Newmark- $\beta$  法を用いた時間積分スキームでの各時間 step において上式の畳み込み積分を行う。ただし、本論では台形公式を用いた。

### 4. 弾性変形を考慮した運動方程式

次に図2に示すセミサブ形状の浮体について考える。弾性変形を考慮する部材について図3に示すように流体力を求めるモデルと動的解析を行うモデルに分けて考える。したがって、動的解析を行う場合は、各要素の流体力を用いて、要素毎の運動方程式を構築する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{m}_i^e + \mathbf{M}_i^e(\infty)) \ddot{\mathbf{x}}_i^e + \mathbf{D}_i \dot{\mathbf{x}}_i^e + \mathbf{k}_i^e \mathbf{x}_i^e \\ + \int_0^{t_e} \mathbf{L}_i^e(t - \tau) \dot{\mathbf{x}}_i^e(\tau) d\tau = \mathbf{F}_i^e(t) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで、 $\mathbf{x}_i^e, \mathbf{m}_i^e, \mathbf{k}_i^e$  は  $i$  番目梁要素の要素変位、要素質量および要素剛性 Matrix である。さらに  $\mathbf{M}_i^e(\infty), \mathbf{L}_i^e(t)$  は  $i$  番目要素の要素不变付加質量および造波減衰係数を用いて導出した要素遅延関数である。なお、 $\mathbf{F}_i^e(t)$  はその要素に作用する動的要素波力である。式(17)より右辺第3項の要素遅延関数に関して時間  $t_e$  過る時間積分を行う必要がある。浮体を1質点系で考えた場合では各時間 Step で1回のみの計算で十分であったが、弾性変形を考慮した場合では、各要素において、要素造波減衰係数および要素速度  $\dot{\mathbf{x}}^e$  が異なるため全要素で要素遅延関数に関する積分を行う必要があり、膨大な計算量が生じる。

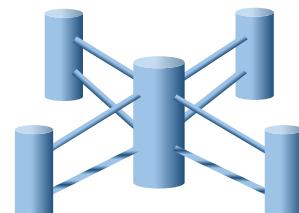


図-2 セミサブ形状の浮体

そこで本論では動的解析においてはすべての構造を弾性変形部材とみなさず、従来通りの浮体の運動を剛体

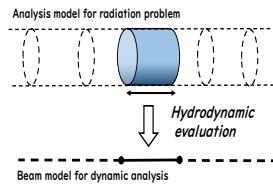


図-3 弹性変形部材のモデル化

運動とみなせる1質点系部材と分けて考えるモデルを考えた。図4はその一例。

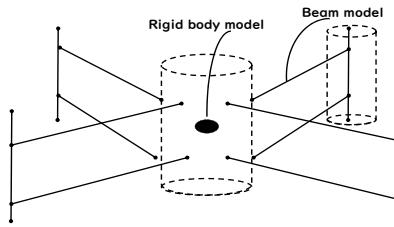


図-4 剛体モデルと弾性変形モデルのハイブリッドモデル

その際の1質点系の運動方程式は(13)に示した通りである。ここにおいても遅延関数による時間積分は行われるが1質点系であるため、大幅に計算量が減少される。

次に弾性部材の質量および剛性より構成される式(17)において要素不变付加質量と要素遅延関数が及ぼす数値的効果を検討する必要がある。これらを検証するため、図5<sup>[7]</sup>に示すセミサブの浮体に対し、弾性変形部材の径のみを変化させて得られる要素付加質量と要素造波減衰係数を求め、その影響を調べた。これらを検証す



図-5 流体力検証の浮体形状

るため、図5<sup>[7]</sup>に示すセミサブの浮体に対し、弾性変形部材の径のみを変化させて得られる要素付加質量と要素造波減衰係数を求め、その影響を調べた。

図6では波向き270度入射の場合のポテンシャルコンター図を示す。

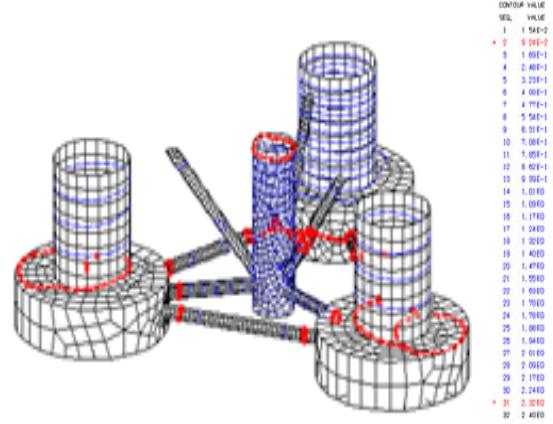


図-6 ポテンシャルコンター図(波向き270度入射)

## 5. おわりに

本論では弾性変形を考慮した浮体の運動方程式について検討を行った。動的解析モデルでは従来の1質点系モデルと弾性変形モデルを組み合わせた解析モデルを示した。また、弾性変形モデルにおける運動方程式に対する要素不变付加質量と要素遅延関数の影響を検討するため、セミサブ形状の浮体に対し、弾性変形部材の大きさを変化させて、その効果を調べた。

## 参考文献

- [1] 真鍋尚, 遅延関数を用いた浮体の動揺シミュレーション, 富士総研技報, **8**, 116(2003)
- [2] 坂本大樹, 吉村英人, 真鍋尚, 浮体式洋上風力発電に関する数値シミュレーションの利用状況とMHRTの取り組み, みずほリサーチ&テクノロジーズ技報, **2** No. 1(2022).
- [3] ファム バン フック, 石原孟, セミサブ浮体式洋上風力発電システムの動的応答予測モデルの開発と実験による検証, 土木学会論文集A, **65**(2009),601.
- [4] 福王翔, 流体力モデルによるセミサブ型浮体式洋上風車の動的応答への影響, 土木学会論文集A, **75**(2019),I-539.
- [5] 福王翔, 飯島一博, 鈴木英之, ポテンシャル論を使用した浮体式風車支持物の三次元弾性モデルの時刻歴解析, 風力エネルギー利用シンポジウム論文集, **41**(2019),18.
- [6] 久保雅義, 岡本俊策, 岸壁直前係留浮体の遅延関数を用いた時系列解析の精度向上に関する研究, 海岸工学論文集, **34** (1987),611.
- [7] A.Robertson, J.Jonkman, M.Masciola, *et.al.*, Definition of the Semisubmersible Floating System for Phase II of OC4, NREL(2014).