

A Practical Diagnostic Test for Non-Separability in Control Function Approaches

Jukina Hatakeyama

January 30, 2026

1 研究の目的

内生性と未観測の異質性が共存するモデルにおいて、加法分離性 (Additive Separability) の仮定は標準的な役割を果たしてきた。しかし、内生変数の効果が観察されない属性に依存して変化する非分離構造においては、標準的なコントロール・ファンクション (Control Function: CF) 法は一致性を持たない (Blundell and Matzkin, 2014)。本研究の目的は、標準的な線形 CF 法の枠組みにおいて、構造的な非分離性の存否を簡便に特定するための診断検定を提案することである。

2 理論的背景と診断手法

本研究では、条件付き期待値関数 $\tilde{g}(x, v) = E[y|x, v]$ の多項式近似に基づき、非分離性の検定を試みる。構造関数が非分離である場合、観測可能な限界効果 $\beta(x, v)$ は異質性パラメータ v の関数となる。テイラー展開に基づき、点 $(x, v) = (0, 0)$ の近傍で期待値関数を近似すると、交差項 $x \cdot v$ の係数 δ は二階混合偏微分 $\frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial x \partial v}$ に対応する。実証的には、第 1 段階の残差から抽出した \hat{U}_i を用いて以下の検定用回帰式を推定し、 $H_0 : \delta = 0$ を検定する。

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \gamma \hat{U}_i + \delta(x_i \cdot \hat{U}_i) + e_i \quad (1)$$

3 シミュレーションによる検証

モンテカルロ・シミュレーションにより、提案手法 (PCF 検定) と RESET 検定の性能を比較した。加法分離的な非線形モデルにおいて、RESET 検定は関数形の不適合と構造的な不適合を混同し過剰棄却 ($n = 1000$ で棄却率 0.596) を起こす傾向がある。対照的に、提案手法は誤って棄却する確率を有意水準の範囲内に留めつつ (棄却率 0.057)、非分離モデルに対して十分な検出力を有することが確認された。これは、本手法が誤特定の源泉を「内生性の相互作用」として的確に特定できることを示している。

4 実証分析と結論

イタリアの家計データを用いたエンゲル曲線の推定では、交差項の有意性を通じて非分離性の存在が示された ($t = 4.06$)。非分離構造を考慮したモデルは、加法分離モデルの推定値 (-1.856) に対し約 25% の乖離 (-2.315) を示した。本研究は、応用研究者に対し、線形モデルの頑健性を過信することなく、構造的妥当性を事後的に検証するための簡便な診断プロセスを提示するものである。

References

Blundell, R. and Matzkin, R. L. (2014). Control functions in nonseparable simultaneous equations models. *Quantitative Economics*, 5(2):-.